

APLICAÇÃO DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO NO CÁLCULO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO

G. G. P. de Sousa¹ & L. Soares Jr.²

¹Graduando em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal do Ceará. E-mail: galileu.genesis@hotmail.com; ²Doutor em Engenharia Mecânica pela Universidade Federal da Paraíba. Professor adjunto do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Ceará (UFC). Coordenador do Laboratório de Metrologia da UFC. E-mail: lsjota@gmail.com

Artigo submetido em Janeiro/2016 e aceito em Junho/2016

RESUMO

A incerteza de medição vem se tornando um parâmetro fundamental na avaliação da conformidade de produtos e processos. Ela representa uma faixa de valores possíveis para a estimativa da grandeza medida, uma vez que não há medida isenta de erros. O principal método para avaliação e expressão de incerteza de medição é o ISO GUM, publicado pela ISO, em 1993. Entretanto, o ISO GUM apresenta limitações para processos de medição não lineares, por exemplo. Uma alternativa é a Simulação de Monte Carlo (SMC) que está formalmente publicada como um suplemento ao ISO GUM, mas ainda relativamente pouco difundida

no campo da Metrologia. Este trabalho explora as duas metodologias de cálculo de incerteza comparando-as para a calibração de um torquímetro analógico, segundo a Norma ISO 6789, e na determinação da densidade da gasolina, segundo a norma ASTM D 1298-05. Pelos resultados, os dois métodos foram consistentes entre si em termos do valor da incerteza estimada. Entretanto, deve-se atentar para a definição das distribuições de probabilidades e para os intervalos das grandezas de entrada, pois a SMC se mostrou mais sensível para essas estimativas iniciais, o que é uma característica positiva do método.

PALAVRAS-CHAVE: Cálculo de Incerteza. ISO GUM. Simulação de Monte Carlo.

APPLICATION OF MONTE CARLO SIMULATION AS ALTERNATIVE METHOD TO ISO GUM IN THE MEASUREMENT UNCERTAINTY

ABSTRACT

Measurement uncertainty is becoming a critical parameter in the conformity assessment of products and processes. It represents a range of possible values for the estimation of the measured quantity, since no measurement error free. The main method for assessing and measuring the expression of uncertainty is the ISO GUM, published by ISO, in 1993. However, the ISO GUM, for example, has limitations for nonlinear measurement processes. An alternative is the Monte Carlo simulation (SMC) that is formally published as a supplement to ISO GUM, but still relatively little

known in the field of metrology. This paper explores both uncertainty calculation methodologies comparing them to calibrate an analog torque wrench according to ISO 6789 and in determining the density of gasoline according to ASTM D 1298-05. By results, both methods were consistent with each other in terms of the estimated uncertainty value. However, attention should be paid to the definition of probability distributions and the intervals of the input quantities, because the SMC was more sensitive to these initial estimates, which is a positive feature of the method.

KEYWORDS: Measurement Uncertainty. ISO GUM. Monte Carlo Simulation.

INTRODUÇÃO

Formalmente a incerteza de medição é definida como parâmetro não negativo que caracteriza a dispersão dos valores atribuídos a um mensurando, com base nas informações utilizadas (ABNT/INMETRO, 2012). Ela representa uma faixa de valores possíveis para o resultado estimado de uma medida. Essa faixa de valores ou de dúvida indica que não há medida isenta de erros. Conclui-se, portanto, que não se deve avaliar a conformidade de produtos ou processos sem levar em conta a incerteza de medição. Este fato interessa ao comprador, fornecedor, organismo regulamentador etc. Neste contexto, a expressão da incerteza de medição deve ser realizada de modo sistemático, confiável e criterioso, a fim de satisfazer as exigências quanto à tolerância requerida e assegurar a garantia da qualidade desde o ambiente industrial até a pesquisa aplicada nas universidades.

O método mais difundido mundialmente para avaliação e expressão da incerteza de medição é conhecido como ISO GUM. Sua primeira publicação ocorreu em 1993, pela ISO (*International Organization for Standardization*), em conjunto com o BIPM (*Bureau International des Poids et Mesures*) e outras entidades internacionais reconhecidas (ABNT/INMETRO, 2012). Apesar de sua ampla aplicação em todas as áreas do conhecimento, o ISO GUM apresenta limitações quando, por exemplo, o modelo de medição não é linear ou a normalidade da distribuição de probabilidade do mensurando não é satisfeita (COX & HARRIS, 2003; IDEM, 2006).

Um método alternativo é a Simulação ou Método de Monte Carlo (SMC), que está formalmente publicada como um suplemento ao ISO GUM, mas, segundo SOUSA (2007), com aplicação ainda restrita aos laboratórios metrológicos de referência. Este trabalho explora as duas metodologias de cálculo de incerteza comparando-as em dois estudos de casos: calibração de um torquímetro analógico, segundo a Norma ISO 6789 (2009), e na determinação da densidade da gasolina, segundo a norma ASTM D 1298-05 (1999). O primeiro estudo está no domínio da metrologia mecânica e o segundo, na metrologia química.

Este trabalho é parte de um estudo dos alunos do projeto de extensão denominado de “Grupo de Pesquisa em Metrologia e Fabricação (GMeF)”, que tem forte interação com a disciplina de graduação denominada de “Metrologia e Avaliação Dimensional (TE 140)”, do Curso de Engenharia Mecânica. Cabe destacar que este trabalho não esgota o tema sobre incerteza de medição, que é amplo e complexo, e também não tem a pretensão de aprofundar o assunto sobre a metodologia de calibração de torquímetro e medição da densidade para gasolina.

2 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DA INCERTEZA

2.1 ISO GUM

O método denominado de ISO GUM é baseado numa relação funcional (f) entre o mensurando (grandeza aleatória) e as diversas grandezas de entrada conforme a Equação 1.

$$Y = f(X1, X2, X3, XN) \longrightarrow y = f(x1, x2, x3, xn) \quad (1)$$

A relação funcional representa o procedimento de medição e descreve como as grandezas entrada X_i se relacionam com a grandeza de saída Y ou mensurando. Na prática, cada grandeza de entrada não é perfeitamente conhecida e nem seu comportamento aleatório. Desse modo, são atribuídas funções de distribuição de probabilidade (pdf) para estimar o comportamento aleatório de cada grandeza de entrada.

Uma estimativa de Y , denominada por y , é obtida conforme a equação (1) utilizando as estimativas das grandezas de entrada x_i para os valores das dessas grandezas X_i . As fontes de incertezas (fatores de influência) das grandezas de entrada são então quantificadas e combinadas a partir de uma série de Taylor de 1ª ordem (SOUSA, 2007; JORNADA; JORNADA, 2007).

A incerteza global ou expandida é obtida pelo produto da incerteza combinada por um fator de abrangência denominado de k , para um nível da confiança de 95,45%. Um resumo do procedimento está representado na Figura 1.

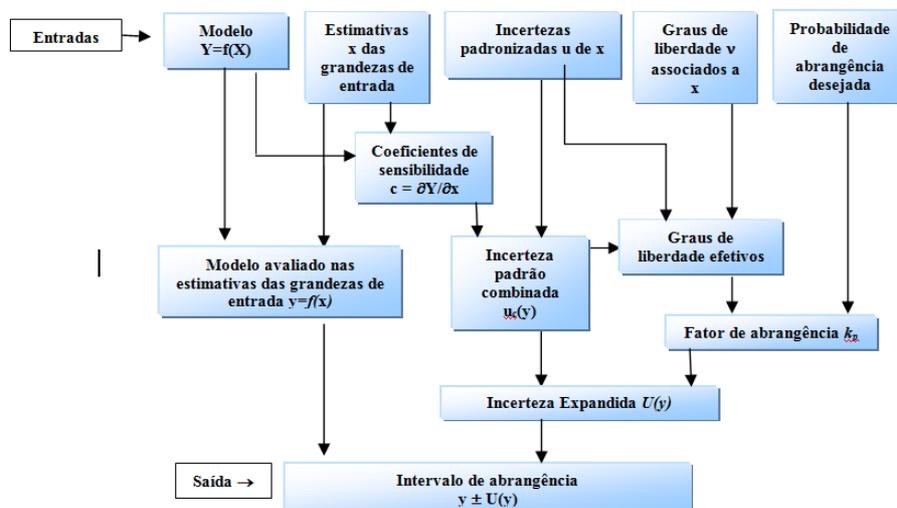


Fig. 1 - Sistemática de avaliação do ISO GUM.

Fonte: Adaptado de LANDGRAF, W. R.; STEMPNIAK, C. R. (2004).

2.2 SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO - SMC

A SMC se baseia não na propagação das incertezas das fontes de entrada, mas na propagação das próprias distribuições de probabilidades (pdf) dessas fontes, o que engloba toda e qualquer distribuição que essa venha a assumir, como afirmam Park e Sharp-Bette (1990 apud MINOWA; PAULO, 2005). A SMC também tem como vantagem a simplificação dos cálculos para os casos nos quais o procedimento analítico é demasiadamente complexo, pois utiliza a geração de números aleatórios para simular os valores das variáveis de entrada.

Para formalizar e oficializar o uso da Simulação de Monte Carlo no cálculo de incerteza, o ISO GUM cita na versão de 2008 o suplemento 01 (JCGM 101, 2008), no qual trata dos procedimentos e diretrizes para a utilização da SMC no cálculo de incerteza de medições. Uma questão importante ressaltada por Damasceno & Couto (2008) refere-se ao número de iterações que, quanto maior, favorece a convergência do resultado para uma distribuição de probabilidade mais próxima da real.

A metodologia usada no cálculo da incerteza de medição por SMC começa com a definição do mensurando, na qual se define o modelo de equação em função das grandezas de entrada X_i , do mesmo modo que no método ISO GUM (Equação 1). Feito isso, definem-se as fontes de incertezas de cada variável de entrada X_i , suas respectivas fdp's e faixas de variação. Efetuam-se então N simulações para cada variável aleatória X_i e, assim, geram-se N resultados para a variável de saída Y (Mensurando). A estimativa da incerteza de medição é efetuada a partir do tratamento estatístico da amostra de dados gerada pela simulação, através do cálculo da média e desvio padrão amostral. A SMC também pode ser entendida através do conceito de propagação das fdps das variáveis de entrada, na qual a relação funcional dessas grandezas é também uma relação funcional entre suas respectivas fdp's, de modo que ao final da simulação gera-se a fdp do mensurando. Um resumo do procedimento está representado na Figura 2.

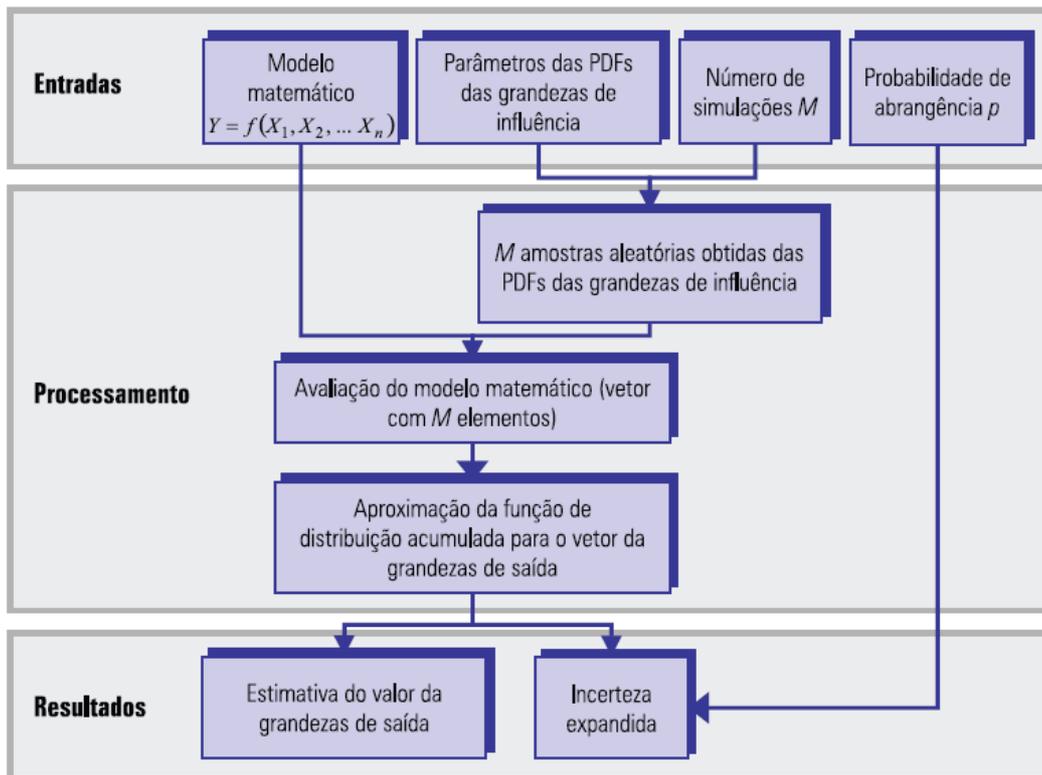


Fig. 2 - Sistemática de avaliação por SMC
 Fonte: DONATELLI, G. D; KONRATH, A. C. (2005).

Independentemente do método utilizado, Damasceno & Couto (2008) enfatizam que a definição adequada do mensurando é fundamental para a confiabilidade do resultado. Para um estudo mais aprofundado dos métodos de ISO GUM e SMC, sugere-se a leitura do *Guia para Expressão de Incerteza de Medição – ISO GUM* (ABNT/INMETRO, 2012).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Foi realizado um estudo teórico a partir de dados reais da calibração de um torquímetro, obtidos no LAMETRO-UFC (Laboratório de Metrologia Mecânica da Universidade Federal do Ceará) e de dados da referência INMETRO (2008) sobre um estudo para determinação da incerteza de medição relacionada ao cálculo da densidade da gasolina, baseada na norma ASTM D 1298-05. O cálculo da incerteza de medição pelos dois métodos foi realizado com base nos mesmos conjuntos de dados, possibilitando, assim, comparar seus resultados. O objetivo com esse procedimento foi demonstrar se havia compatibilidade dos resultados entre o método convencional, proposto pelo ISO GUM e o Método de Monte Carlo.

Realizou-se a calibração de um torquímetro da marca GEDORE do tipo I e Classe B, com faixa nominal de (160 a 800) Nm e valor de divisão de escala de 20 Nm. Foram calibrados

três pontos da faixa nominal (160, 480 e 800 Nm) no sentido horário de rotação, conforme norma ISO 6789 (2009).

Na determinação da densidade da gasolina, o procedimento descrito referência INMETRO (2008) constam as medições diárias da massa específica da gasolina tida como “material de referência”, com o intuito de validar o método de medição. Três técnicos realizaram três medições diárias, cada um durante seis dias. Com os dados estatísticos e de certificados fornecidos no referido estudo, foi então realizada uma estimativa da incerteza de medição através do ISO GUM e SMC.

Para o cálculo da incerteza de medição pelo método do ISO GUM, foi utilizado o *software* Microsoft Excel® para realizar os cálculos necessários. A planilha utilizada é baseada na planilha do Laboratório de Metrologia e foi validada antes do uso. No cálculo de incerteza de medição pela SMC, fez-se uso de uma versão de avaliação do programa computacional, denominado de Crystal ball®. Este *software* é utilizado em diversas aplicações estatísticas de análise, principalmente a partir da SMC.

Para o atual estudo, foram efetuadas 100 000 simulações para cada fonte de incerteza. Cabe destacar que a ferramenta de geração de números aleatórios do próprio Excel® permite efetuar 32.767 simulações. Realizado o cálculo de incerteza por cada um dos métodos, foi feito um estudo comparativo entre os dados obtidos de modo a determinar a compatibilidade ou não entre estes.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 TORQUIMETRO – ISO GUM

O resultado completo da medição mostrado pela leitura no torquímetro é dado pela equação da medição, que para esse caso é:

$$R_m = I_t + C \pm U \quad (2)$$

Onde:

R_m - Resultado completo da medição;

I_t - Indicação média do Torquímetro

C - Correções

U - Incerteza expandida

O resultado do cálculo de incerteza feito a partir do método ISO GUM para a calibração do torquímetro é apresentado na tabela seguir.

TABELA 1 - Cálculo de incerteza de medição pelo método ISO GUM

Ponto de calibração (Nm)	160	480	800
Média corrigida (Nm)	165,0	476,0	798,0
Incerteza Expandida (Nm) (95,45%)	5,10	9,90	15,30

Fonte: Elaborada pelos autores (2015).

Os dados da Tabela 1 mostram a média corrigida e a incerteza expandida para cada ponto de calibração. Percebe-se uma homogeneidade nos resultados, apesar do ponto 480 Nm apresentar maior distorção com relação à média corrigida, o que sugere uma maior variação amostral e por consequência um maior impacto da repetitividade sobre a incerteza de medição.

4.2 TORQUIMETRO – SMC

A Simulação de Monte Carlo foi realizada com base nos dados da Tabela 2, na qual são mostradas as fontes de incertezas, suas respectivas distribuições de probabilidades e faixas de variação para cada ponto de calibração.

TABELA 2 - Dados das fontes de incerteza da calibração do torquímetro

Fontes de Incerteza								
Pontos de Calibração (N.m)	Repetitividade		Resolução adotada no calibrando		Incerteza do padrão utilizado		Incerteza da curva de correção do padrão	
	Distribuição Normal		Distribuição Triangular		Distribuição Normal		Distribuição Retangular	
	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo	Média	Desvio Padrão	Mínimo	Máximo
160	165,0	0,771	-5,000	5,000	0	0,144	-2,547	2,547
480	476,0	1,727	-5,000	5,000	0	0,192	-7,641	7,641
800	798,0	0,603	-5,000	5,000	0	0,240	-12,735	12,735

Fonte: Elaborado pelos autores (2015).

As Figuras abaixo mostram os gráficos gerados pela SMC para cada ponto de calibração e o impacto de cada fonte de incerteza no valor final do mensurando.

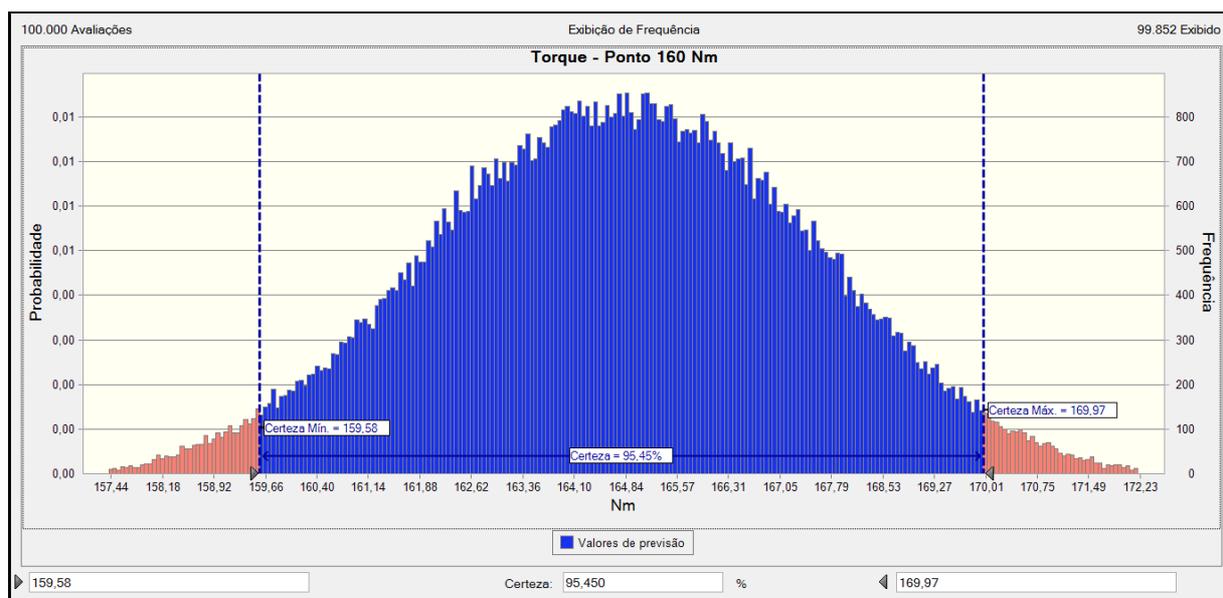


Fig. 1 – Gráfico da SMC para o ponto de calibração 160 Nm
 Fonte: Elaborada pelos autores (2015).

A Figura 1 mostra a fdp assumida pelo mensurando após a simulação para o ponto de calibração 160 Nm. Para um nível de confiança de 95,45%, os limites inferior e superior foram 159,58 Nm e 169,97 Nm, respectivamente. A simulação obteve como média 164,80 Nm e desvio padrão de 2,64 Nm. Como a fdp do mensurando é aproximadamente simétrica, a incerteza expandida para esse caso pode ser obtida pela diferença entre os limites superior inferior dividido por 2, que para esse caso nos dá 5,19 Nm.

Outro ponto a se notar é a contribuição de cada fonte de incerteza sobre a fdp do mensurando e o valor final da incerteza de medição. No ponto 160 Nm, a resolução do Torquímetro teve um impacto de 60,28% sobre o resultado final da incerteza, ao passo que a incerteza da curva de correção do padrão contribuiu com 31,53% e as incertezas advindas da repetitividade e do padrão utilizado com 7,9% e 0,29%, respectivamente.

No ponto de calibração 480 Nm, a simulação gerou os dados mostrados na Figura 2, abaixo.

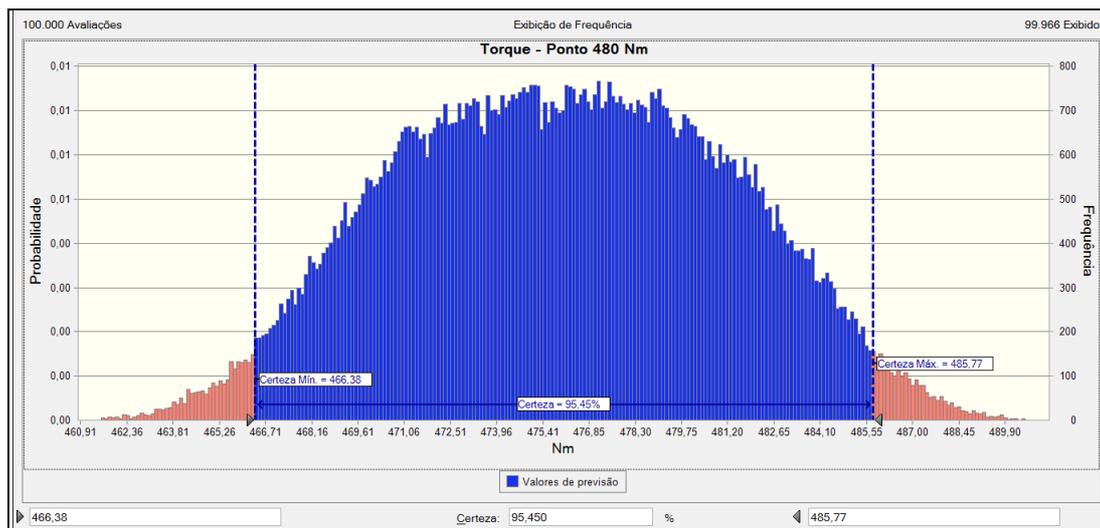


Fig. 2 - Gráfico da SMC para o ponto de calibração 480 Nm.
 Fonte: Elaborada pelos autores (2015).

Para o ponto de calibração 480 Nm, obteve-se uma média de 476,04 Nm com desvio padrão de 5,18 Nm. Como a fdp final é aproximadamente simétrica, pode-se fazer o mesmo procedimento descrito no ponto 480 Nm para cálculo da incerteza expandida. Dessa forma, a incerteza expandida é igual a 9,70 Nm.

Analisando-se o impacto de cada fonte de incerteza para esse ponto de calibração, constata-se que a incerteza da curva de correção do padrão contribui com a maior parcela de impacto, em torno de 76,03%. Já a resolução do torquímetro tem sua influência reduzida em relação ao ponto 480 Nm para 14,19% e a incerteza quanto à repetitividade e ao padrão utilizado contribuíram com 9,7 e 0,15%, respectivamente.

A Figura abaixo ilustra a fdp gerada para o ponto de calibração 800 Nm.

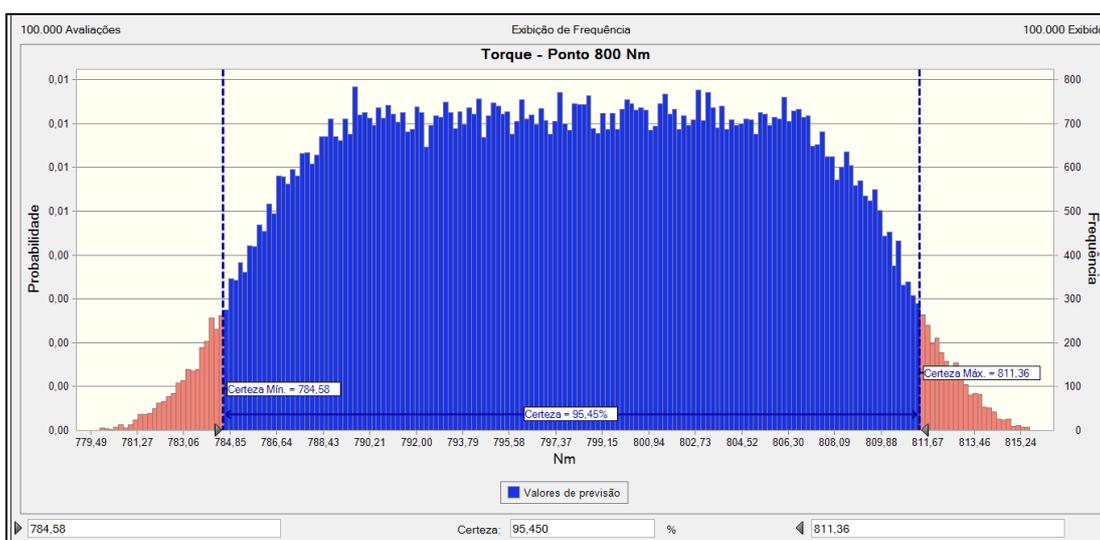


Fig. 3 - Gráfico da SMC para o ponto de calibração 800 Nm.
 Fonte: Elaborada pelos autores (2015).

Para o mesmo nível de confiança de 95,45%, tem-se no ponto de calibração de 800 Nm uma média dos valores simulados de 797,99 Nm, com desvio padrão de 7,67 Nm. A incerteza expandida calculada pelo procedimento já descrito é de 13,39 Nm. A incerteza da Incerteza da curva de correção do padrão tem uma influência, para esse caso, de 93,06%. A resolução do torquímetro, repetitividade e a incerteza do padrão, tem um impacto de 6,40, 0,50 e de 0,059%, respectivamente.

Observa-se que a fdp assumida pelo mensurando no ponto de calibração 800 Nm tem uma forma não normal, o que evidencia uma das vantagens da SMC frente ao ISO GUM, já que esse último presume a normalidade da fdp do mensurando. Outra vantagem da SMC é a possibilidade de se visualizar essas fdps, fato que não é possível no ISO GUM. Essas variações evidenciam o quanto a fdp do mensurando é sensível às fdps tomadas para as variáveis de entrada, o que mostra o quão importante é a etapa de caracterização das fontes de entrada para o processo de cálculo da incerteza de medição, independentemente do método utilizado.

A Tabela abaixo resume os resultados obtidos pelo ISO GUM e SMC para cada ponto de calibração, com os valores dados com uma casa decimal.

TABELA 3 - Resultados do cálculo de incerteza de medição pelos métodos de ISO GUM e SMC.

Ponto de Calibração (Nm)	Método	Média Corrigida (Nm)	Incerteza Expandida (Nm) (95,45%)
160	ISO GUM	164,8	5,1
	SMC	164,0	5,2
480	ISO GUM	476,0	9,9
	SMC	476,0	9,7
800	ISO GUM	798,0	15,3
	SMC	798,0	13,4

Fonte: Elaborada pelos autores (2015).

Os dados mostram que há uma grande conformidade entre os dados obtidos pelo ISO GUM e pela SMC para os pontos 160 e 480 Nm. Entretanto, no ponto 800 Nm há uma diferença considerável de 1,9 Nm. Essa discrepância entre os valores obtidos pode estar relacionada com diversos fatores, como erro técnico durante a aferição dos dados, influências ambientais ou, mais provavelmente para esse caso, inadequação quanto à curva de correção do padrão, tendo em vista que houve uma contribuição massiva dessa fonte de incerteza.

Esta se constitui outra grande vantagem da SMC, já que possibilita a identificação de anomalias ou falhas no processo de amostragem, ou relacionado a equívocos na caracterização

das fontes de incerteza. Nesse caso, poderia ser realizado um estudo a fim de determinar se a distribuição de probabilidade atribuída à fonte de incerteza é a mais adequada, ou se é possível uma melhor adequação do polinômio da curva de correção do padrão de forma que diminua a incerteza a ela relacionada.

4.3 CÁLCULO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO PARA A DENSIDADE DA GASOLINA

O cálculo da massa específica da gasolina a 20 °C é dado pela Equação 3, proposta a partir das tabelas de correção das densidades e volumes dos produtos de petróleo (1970).

$$\rho_{20\text{ °C}} = \rho_{20(1)} + \left\{ \frac{[(\rho_{medida} - \rho_1) \cdot (\rho_{20(2)} - \rho_{20(1)})]}{(\rho_2 - \rho_1)} \right\} \quad (3)$$

Onde:

$\rho_{20\text{ °C}}$ = Massa Específica da Gasolina a 20 °C;

$\rho_{20(1)}$ = 0,7893 g/cm³ (massa específica tabelada);

ρ_{medida} = 0,7852 g/cm³ (valor indicado pelo densímetro na temperatura de 26 °C);

ρ_1 = 0,785 g/cm³ (massa específica tabelada);

ρ_2 = 0,786 g/cm³ (massa específica tabelada);

$\rho_{20(2)}$ = 0,7903 g/cm³ (massa específica tabelada).

A Tabela abaixo apresenta o resultado da incerteza de medição obtidos pelo método ISO GUM.

TABELA 4 - Cálculo de incerteza de medição pelo método ISO GUM

Média (g/cm ³)	0,7895
Incerteza Expandida (95,45%)	3,062E-04

Fonte: Elaborado pelos autores (2015).

A figura abaixo mostra a fdp do mensurando e o valor da incerteza de medição por SMC.

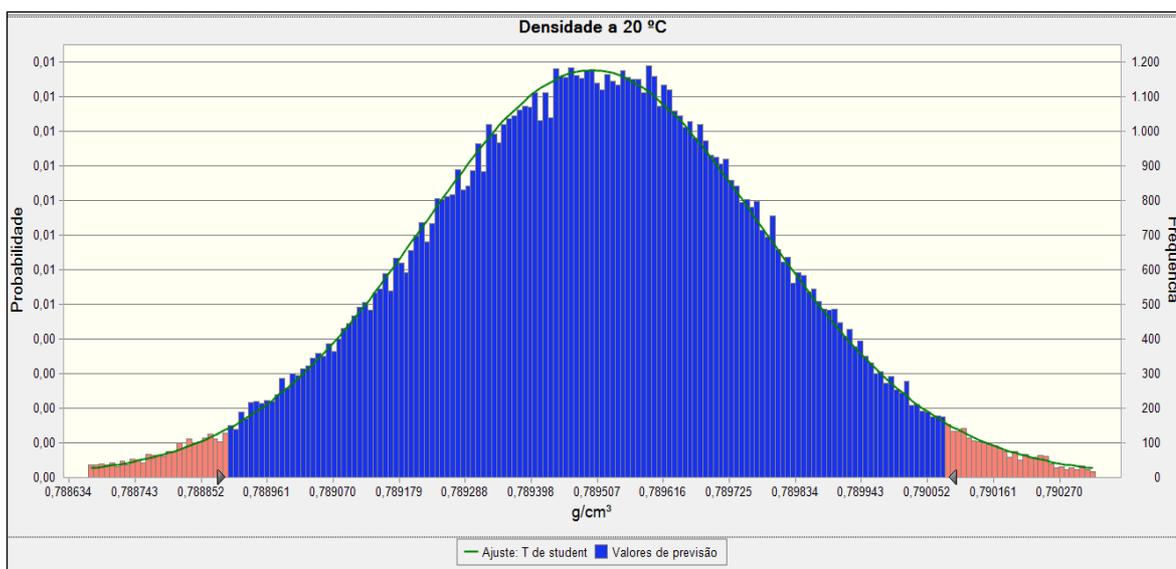


Fig. 4 – A fdp para a densidade da gasolina a 20 °C
 Fonte: Elaborado pelos autores (2015).

Comparando-se os resultados dos dois métodos, percebe-se uma grande conformidade nos valores da incerteza expandida, como mostra a Tabela abaixo.

TABELA 5 – Incerteza de Medição calculada por ISO GUM e SMC

Método	Média (g/cm ³)	Incerteza Expandida (g/cm ³) (95,45%)
ISO GUM	0,7895	3,06E-04
SMC	0,7895	2,97E-04

Fonte: Elaborado pelos autores (2015).

Observa-se também que, tanto nos resultados da calibração do Torquímetro, quanto na determinação da densidade da gasolina, a média se mostrou um parâmetro muito pouco sensível ao tipo de método utilizado.

5 CONCLUSÃO

Diante do exposto, pode-se afirmar que a SMC atende perfeitamente as exigências para o cálculo da incerteza de medição e pode ser utilizada como um método auxiliar, complementar ou mesmo para validar os resultados obtidos pelo ISO GUM. Dentre as vantagens da utilização da SMC pode-se citar a capacidade de ser empregada em modelos não lineares, com distribuições de probabilidade não necessariamente normais e em sistemas de alta

complexidade. Além de não ser necessário o cálculo dos graus de liberdade efetivos para obter a incerteza expandida.

Desta forma, a SMC se apresenta como uma ótima ferramenta a ser empregada em diversas áreas da Metrologia. Os resultados evidenciam também o quão importante é a definição precisa das fontes de incertezas e suas respectivas distribuições de probabilidade, tendo em vista que ficou clara a forte influência dessas variáveis no resultado final da simulação. Além disso, com a SMC pode-se mapear falhas que ocorreram durante o processo de amostragem ou caracterização das fontes de incertezas e que podem impactar negativamente no cálculo da incerteza de medição.

REFERÊNCIAS

BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES. **Evaluation of measurement data — Supplement 1 to the “Guide to the expression of uncertainty in measurement” — Propagation of distributions using a Monte Carlo method.** 1th ed. [S. l.]: JCGM, 2008.

COX, M. G.; HARRIS, P. M. **Software support for metrology best practice guide nº6.** Teddington, UK: National Physical Laboratory, 2006.

_____. **Accreditation Quality Assurance.** [S. l.]: [s n.], 2003. v. 8, p. 375-379.

DAMASCENO, J. C.; COUTO, P. R. G. A validação de um programa para o cálculo da estimativa de incerteza de medição pelo método de Monte Carlo. In: CONGRESSO INTERNACIONAL DE METROLOGIA MECÂNICA, 1. 2008, Rio de Janeiro. **Anais...** Duque de Caxias, RJ: Inmetro, 2008.

DONATELLI, G. D; KONRATH, A. C. Simulação de Monte Carlo na avaliação de incertezas de medição. **Revista de Ciência & Tecnologia**, Piracicaba. v. 13, nº 25/26, p. 5-15. jan. 2005.

GUIDE TO THE EXPRESSION OF UNCERTAINTY IN MEASUREMENTUM = GUIA PARA A EXPRESSÃO DA INCERTEZA DE MEDIÇÃO (GUM). 3. ed. brasileira. Rio de Janeiro: Inmetro, ABNT, 2008.

INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, NORMALIZAÇÃO E QUALIDADE INDUSTRIAL (INMETRO). **A estimativa da incerteza de medição pelos métodos do ISO GUM 95 e de simulação de Monte Carlo:** nota técnica DIMEC/nt-02,v.00. [S. l.]: Inmetro, 2008.

INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, NORMALIZAÇÃO E QUALIDADE INDUSTRIAL (INMETRO). **Vocabulário Internacional de Metrologia: Conceitos fundamentais e gerais e termos associados (VIM 2012).** Duque de Caxias, RJ: Inmetro, 2012.

INSTITUTO NACIONAL DE METROLOGIA, NORMALIZAÇÃO E QUALIDADE INDUSTRIAL (INMETRO). **Avaliação de dados de medição:** guia para a expressão de

incerteza de medição – GUM 2008. 1. ed. brasileira da 1 ed. do BIPM de 2008. Rio de Janeiro: INMETRO, 2012.

JOINT COMMITTEE FOR GUIDES IN METROLOGY (JCGM). **Evaluation of measurement data – guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM)**. 1. ed. [S.l.]: [s. n.]: JCGM, 2008.

JORNADA, D. H; JORNADA, F. H. Cálculo de incerteza da medição: estudo comparativo entre os métodos do GUM, de Monte Carlo e de integração numérica. In: CONGRESSO DA QUALIDADE EM METROLOGIA, 7. 2007, São Paulo. **Anais...** São Paulo: REMESP, 2007.

OLIVEIRA, R. S.; FREITAS, L. C. C. de; CRUZ, J. A. P. Interpretação e aplicação das normas NBR-12240 e ISO-6789 na calibração de instrumentos de medição de torque. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE METROLOGIA- 'Metrologia 2003', 7., Recife. **Anais...** Recife: Sociedade Brasileira de Metrologia, 2003.

MARQUES, L. S. **Estudo comparativo entre o método de simulação de Monte Carlo e o GUM no cálculo de incerteza de medição em laboratório de metrologia industrial.** Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) – Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Ceará. Fortaleza, 2015.

MINOWA, M. & Paulo, S. **Um projeto logístico em uma empresa siderúrgica.** Monografia (Graduação em Engenharia de Produção) – Departamento de Engenharia de Produção, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2005.

NASSER, F.B. **Mccloud service framework: arcabouço para desenvolvimento de serviços baseados na simulação de Monte Carlo na cloud.** Dissertação (Mestrado em Informática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. RJ. Rio de Janeiro, 2012.

NUNES, H.A.C. **Aplicações de instrumentação virtual em metrologia e qualidade.** Dissertação (Mestrado em Engenharia de Telecomunicações e Redes de Energia) – Universidade da Madeira. Funchal, 2012.

SOUSA, J. A. **Princípios do cálculo de incertezas – o método GUM.** Funchal: Laboratório Regional de Engenharia Civil, 2007.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ. Biblioteca Universitária Comissão de Normalização. **Guia de Normalização de Trabalhos Acadêmicos da Universidade Federal do Ceará.** [Fortaleza], 2013.