

DESIGUALDADES GEOMÉTRICAS VIA FLUXOS EXTRÍNSECOS

XXXVIII Encontro de Iniciação Científica

Karoline Barroso Rodrigues, Frederico Vale Girao

Qual a maior área A que uma curva plana, fechada e simples, de comprimento L , pode englobar? Pode-se mostrar que L e A satisfazem a seguinte desigualdade: $L^2 \geq 4\pi A$. (1) Além disso, mostra-se que a igualdade ocorre se, e somente se, a curva é um círculo. Esse é o famoso problema isoperimétrico. A desigualdade (1) é o exemplo clássico de uma ativa área de pesquisa em Geometria Diferencial, a qual consiste em estabelecer, para uma hipersuperfície Σ do espaço euclidiano, desigualdades que relacionam entes geométricos de Σ , como a área de Σ , o volume da região Ω limitada por Σ , e a curvatura média total de Σ . Uma maneira de abordar desigualdades geométricas é através dos chamados fluxos geométricos, os quais têm sido utilizados com grande sucesso em vários problemas de Geometria Diferencial. Uma classe importante de tais fluxos são os chamados fluxos geométricos extrínsecos. A ideia é deformar a hipersuperfície na direção do vetor normal (que aponta para fora) com velocidade proporcional a uma certa função F . Em muitos casos, pode-se mostrar que a hipersuperfície se aproxima, com o passar do tempo, de uma esfera. Dois exemplos notáveis de fluxos extrínsecos são o fluxo pela curvatura média e o fluxo pelo inverso da curvatura média. No primeiro toma-se F igual à curvatura média, e no segundo toma-se F igual ao inverso da curvatura média da hipersuperfície. A estratégia para mostrar desigualdades geométricas como (1) utilizando fluxos geométricos consiste em, a partir da desigualdade que se quer mostrar, construir uma quantidade geométrica. Caso a variação dessa quantidade ao longo do fluxo seja monótona e convirja para o valor da quantidade na esfera, tem-se a desigualdade desejada. No caso da desigualdade (1), pode-se construir a quantidade $Q=(L^2)/A$ (2) e evoluí-la ao longo do fluxo pelo inverso da curvatura média. Em nosso pôster, daremos exemplo de algumas desigualdades (para curvas planas) que podem ser demonstradas utilizando-se a técnica supracitada.

Palavras-chave: DESIGUALDADES GEOMÉTRICAS. FLUXOS GEOMÉTRICOS. FLUXOS EXTRÍNSECOS. HIPERSUPERFÍCIES EUCLIDIANAS.