

O TEOREMA DE SHARKOVSKY

XXXVIII Encontro de Iniciação Científica

Gustavo Penaforte Brito, Yuri Gomes Lima

Um sistema dinâmico, do ponto de vista matemático, é um sistema representado por uma função f , em que é possível descrever a posição de um objeto em função do tempo. A partir disso, é possível descrever toda a trajetória do corpo, para qualquer instante de tempo. Um teorema muito utilizado nessa área de pesquisa é o Teorema de Sharkovsky. Em sua forma mais simples, ele afirma que se $f: I \rightarrow I$ é um homeomorfismo de um intervalo compacto I e se f possui um ponto periódico de período 3, então f possui pontos periódicos de todos os períodos. Um ponto periódico de período 3 pode ser definido como $f^3(x) = x$. Ou seja, após a terceira iteração de f , para um determinado valor de x , voltamos para o ponto x . Já na sua forma geral, o teorema afirma que se existe um ponto periódico de período n , então existe um ponto de período m , para todo m inferior a n na ordem definida por Sharkovsky. Essa ordem é uma ordem total dos números naturais, em que os ímpares são os maiores números, dispostos na ordem inversa à usual (e portanto 3 é o maior número nessa ordem). Os resultados obtidos no PIBIC são a descrição das ferramentas utilizadas na prova, assim como a prova em todos os seus detalhes. Mais especificamente, após definir precisamente a ordem de Sharkovsky, são introduzidos grafos de Markov, que são grafos orientados cujos caminhos fechados se relacionam com pontos periódicos de f . Essa relação é obtida por meio de apenas um teorema de análise: o Teorema do Valor Intermediário. Isso demonstra que a prova do teorema é elementar do ponto de vista de pré-requisitos, e sua complexidade reside na argumentação combinatória correta de extrair informações do grafo de Markov a partir da existência de certos pontos periódicos especiais, que induzem a configuração chamada de Stefan.

Palavras-chave: Sistemas Dinâmicos. Teorema de Sharkovsky. Pontos Periódicos. Grafos de Markov.