

PARADOXO DE BANACH-TASKI

XXXVIII Encontro de Iniciação Científica

Matheus Mendes Rodrigues, Florentiu Daniel Cibotaru

Um conceito fundamental para o estudo de geometria é o de medida, ou seja, o de atribuir para cada conjunto de um determinado espaço um valor positivo, na reta tem-se o comprimento, no plano a área e no espaço o volume. Tal atribuição deverá ser dada por meio de uma função que tem que possuir dadas propriedades, como: 1) A função aplicada a união de uma sequencia finita ou infinita de conjuntos disjuntos será a soma finita ou infinita da função aplicada a cada conjunto, ou seja, a medida de um conjunto cortado em partes é a soma da medida das partes. 2) Se um conjunto E é congruente a um conjunto F, ou seja, F é obtido de E por meio de translações, rotações ou reflexões, então a função aplicada a eles terá o mesmo valor. 3) A função aplicada ao cubo unitário, que é o conjunto dos pontos em que as coordenadas são maiores que zero e menores que um, é um. Infelizmente essas condições são inconsistentes. Este trabalho apresenta o Paradoxo de Banach-Taski que afirma que dado uma bola no R^3 existe uma decomposição dela em um número finito de subconjuntos disjuntos de forma que é possível reorganiza-los a fim de obter duas bolas idênticas a inicial. Assim a medida da bola seria igual a duas vezes ela mesmo, logo zero ou infinito. Consequentemente um conceito de medida consistente tem que abrir mão de certas propriedades, a propriedades principal a ser abrir mão é a de que a medida está definida para todos os subconjuntos de um determinado espaço. Agradeço a CNPq pela minha bolsa.

Palavras-chave: MEDIDA. BANACH. PARADOXO. TASKI.