

TEOREMA DA EXISTÊNCIA DE PEANO. UMA PROVA VIA A TEORIA DOS HIPERREAIS.

XXXVIII Encontro de Iniciação Científica

Antonio Mario Muniz Ferreira Filho, Alexandre Cesar Gurgel Fernandes

Realizar o estudo das equações diferenciais é uma prática elementar da matemática, visto que as mesmas possuem uma vasta gama de aplicações na física, biologia e engenharia. As equações diferenciais fornecem uma modelagem de problemas simples como o da queda livre dos corpos até problemas complexos da mecânica quântica. Este projeto se trata da demonstração do Teorema da existência de Peano, que é muito importante para o ramo de equações diferenciais, utilizando-se do conjunto dos números hiperreais. Os números hiperreais se tornam interessantes pois sua estrutura nos permite uma simplificação da demonstração de diversos resultados importantes na matemática como a continuidade de funções, convergência de sequências e diferenciabilidade de funções. De fato, formalmente falando, a ideia central para construir o conjunto dos hiperreais é criar um corpo de sequências de valores reais onde cada número real padrão é correspondido por uma única sequência. É possível mostrar, mediante a construção que foi tomada, que tal conjunto goza de propriedades semelhantes, senão idênticas, ao conjunto dos números reais e, além disso, que podemos redefinir os conceitos dos números reais para os números hiperreais e vice-versa. Isso é possível devido a existência do Teorema da Transferência de Lòs, que nos garante que "Uma sentença lógica nos números reais é verdadeira se, e somente se, a sentença é verdadeira nos hiperreais (após passar pelo processo de transformação lógica)". Finalmente, sabendo desses detalhes, podemos demonstrar um teorema importante como o teorema da existência de Peano que trata da existência de uma função diferenciável que satisfaz um valor inicial, apenas utilizando argumentos no conjunto dos hiperreais pois, munidos do teorema de Lòs, sabemos que a demonstração é válida tanto nos hiperreais quanto nos reais.

Palavras-chave: Hiperreais. Teorema de Peano. Lòs. equações diferenciais.