

# A FÓRMULA DE EULER-POINCARÉ E A INVARIÂNCIA TOPOLÓGICA DA CARACTERÍSTICA DE EULER

Karen Sabrina Gomes Viana, Vinícius O Prado, Alexandre Cesar Gurgel Fernandes

Em uma carta ao matemático Christian Goldbach, Euler escreveu a seguinte proposição: Em sólidos delimitados por faces, a soma do número de faces com o número de vértices excede o número de arestas por duas unidades, ou seja  $V+F=A+2$ . Contudo a demonstração desenvolvida por Euler não foi satisfatória e por esse motivo Poincaré, à procura de uma segunda demonstração, observou que o número  $V-A+F$ , que quando generalizado é chamado de característica de Euler, é um invariante topológico, ou seja, que ele não muda quando há um homeomorfismo (uma bijeção contínua com inversa contínua) entre os poliedros. Logo, dado um conjunto de pontos  $X$ , um  $k$ -simplexo é o menor conjunto convexo que contém  $X$ , uma coleção finita de simplexos é chamada de complexo simplicial  $Q$  quando toda face de todo simplexo de  $Q$  é também um simplexo de  $Q$  e a intersecção de dois simplexos de  $Q$  é vazia ou ocorre em uma face comum e sendo a  $k$ -cadeira de  $Q$  a combinação linear dos  $k$ -simplexos de  $Q$ , o  $k$ -bordo é um homomorfismo de grupos que leva o  $K$ -cadeira no  $(k-1)$ -cadeira, e assim o  $k$ -ésimo grupo de homologia é dado pelo quociente do Núcleo do  $k$ -bordo pela imagem do  $K+1$ -Bordo, tal que o núcleo é definido como o conjunto dos elementos do domínio que possuem imagem igual a zero. E finalmente, o  $k$ -ésimo número de Betti é o número de geradores livres do  $k$ -ésimo grupo de homologia de um complexo simplicial e seu rank é dado pelo número de subgrupos cíclicos infinitos que geram o Grupo. Portanto, neste trabalho serão apresentadas definições e resultados importantes para que seja possível demonstrar que a Característica de Euler de um Poliedro  $K$  pode ser dada pela soma alternada dos números de betti de  $K$ , fórmula conhecida como Fórmula de Euler-Poincaré, e portanto concluir que a característica de Euler é um invariante Topológico. Agradecemos a CNPQ pelo apoio financeiro na realização desse projeto.

Palavras-chave: Característica. Euler. Poincaré. Invariante.