

CÁLCULO SEM DERIVADAS: FUNÇÕES LIPSCHITZ NO CÁLCULO DIFERENCIAL

Thiago Lima Goncalves, Jose Edson Sampaio

As funções diferenciáveis são clássicas no estudo do cálculo e desempenham um papel importante em grande parte da matemática, mas será que para funções com menos regularidade ainda pode-se conseguir resultados interessantes? Especificamente, deseja-se entender as funções Lipschitz, que são exemplos de funções contínuas, porém não necessariamente diferenciáveis e são protagonistas em alguns setores de estudo, como a geometria Lipschitz. Mas é claro que com menos regularidade precisaremos de mais ferramentas para atacar o problema, logo se faz necessário do básico da análise real e da teoria da medida. Essa apresentação se dedica ao estudo das funções de Lipschitz quanto a resultados relativos ao cálculo diferencial clássico, mais precisamente, o estudo do teorema de Rademacher, o qual afirma que tais funções são diferenciáveis a menos de um subconjunto de medida nula de seu domínio, de forma que essas funções são bem próxima às funções diferenciáveis. Além disso, é estudado o teorema da função implícita para funções de Lipschitz, que diz a forma local dos conjuntos de níveis dessa classe de funções é dada por gráficos de funções Lipschitz; este teorema é um análogo do teorema da função implícita clássico, que é de grande importância para várias áreas da matemática, como a análise matemática e a geometria diferencial. Agradecimentos ao CNPq por financiar e tornar esse trabalho possível.

Palavras-chave: FUNÇÕES LIPSCHITZ. ANÁLISE. MEDIDA. DIFERENCIABILIDADE.