CÁLCULO SEM DERIVADAS: SOBRE A DIFERENCIABILIDADE DE FUNÇÕES ABSOLUTAMENTE CONTÍNUAS

Isaias do Amaral Sousa, Jose Edson Sampaio

No século XX, com as noções de medida postas pelo matemático francês Henri Lebesgue, conseguiu-se generalizar o conceito de comprimento de um intervalo intuitivo até então ao cálculo convencional. Através das novas ideias apresentadas foi possível estender a noção de "pequenez" de conjuntos arbitrários na reta real, ou seja, deu-se um significado mais geral e rigoroso para entendermos conjuntos de medida nula arbitrários. Dessa maneira, dizemos que uma propriedade para uma função f é válida para quase todo ponto (q.t.p.) se ela é verdadeira exceto em um conjunto de medida nula. (...) Já é bem entendido da análise que funções contínuas não são necessariamente diferenciáveis, por outro lado, se nos restringirmos as funções absolutamente contínuas, podemos provar que a menos de um conjunto de medida nula o resultado se verifica. Este trabalho apresenta definições elementares de teoria da medida e foca no estudo de funções absolutamente contínuas definidas na reta com o objetivo de mostrar que as mesmas são diferenciáveis em quase todo ponto de seu domínio. Tal teorema serve de suporte para um resultado mais geral conhecido como Teorema de Rademacher, o qual estabelece que as aplicações Lipschitz definidas em Rn são diferenciáveis em q.t.p. É apresentado uma demonstração do teorema principal através de resultados clássicos de teoria da medida tais como o Teorema de Cobertura de Vitali e o fato de que funções absolutamente contínuas podem ser escritas como a diferença de duas funções crescentes e limitadas. Agradece-se ao CNPq pelo apoio financeiro.

Palavras-chave: DIFERENCIABILIDADE. MEDIDA. RADEMACHER. ANÁLISE.