

O TEOREMA DE VAN DER WAERDEN

Kennedy Corrêa da Silva Júnior, Yuri Gomes Lima

Imagine que o conjunto dos números naturais seja pintado em um número finito de cores. É possível dizer que progressões aritméticas monocromáticas finitas de tamanhos arbitrariamente grandes, onde o tamanho de uma progressão aritmética é o número de termos que ela contém, podem ser encontradas? A princípio, devido ao enunciado do problema ser de simples compreensão, a sua demonstração parece ser trivial. Entretanto, os esforços de inúmeros matemáticos se provaram insuficientes para demonstrar tal fato. Em 1927, o jovem matemático Bartel Leendert van der Waerden finalmente conseguiu provar que o resultado é correto, ou seja, tais progressões realmente existem, usando uma prova bastante elementar, entretanto, longe de ser simples. Diante dessas dificuldades, vários outros matemáticos revelaram versões equivalentes do teorema com outras demonstrações mais simplificadas e bastante diversificadas da demonstração original. É justamente numa dessas abordagens que esse trabalho foca, o método que utiliza ferramentas de dinâmica topológica do Teorema de Van der Waerden. Para a realização deste trabalho de Iniciação Científica, foi utilizada a dissertação de mestrado "Teoria Ergódica: Uma Introdução e Aplicações à Teoria dos Números" do professor Yuri Gomes Lima e o livro "Three Pearls of Number Theory" de Aleksandr Khinchin. Meus agradecimentos ao CNPq pelo financiamento desse trabalho.

Palavras-chave: Teoria ergódica. Van der Waerden. Combinatória. Dinâmica populógica.